هندسة الميكانيك العام

السنة الثانية

حل مسائل المذاكرة الأولى

م.غيث برهاني

11/11/2015

التحريك

فريق الكريات الحمراء التطوعي

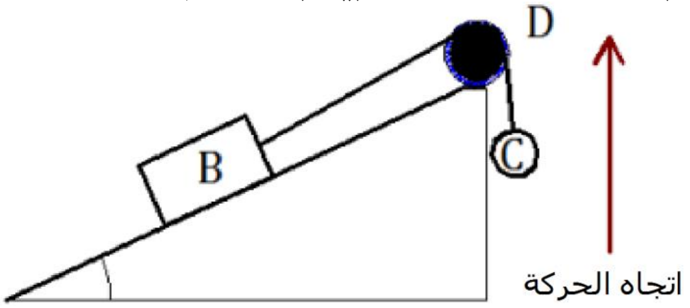
حل مسائل المذاكرة الأولى للشعبتين

المسألة الأولى:

إذا فرض أن الجسم B ووزنه W_B يبدأ بالانزلاق من السكون نحو الأسفل على سطح خشن يميل بزاوية α ليرفع الوزن C ووزنه W_C نحو الأعلى بواسطة حبل مرن لا يمتط يمر عبر بكرة D المهملة كما هو مبين بالشكل فإذا كان معامل الاحتكاك الحركي f للجسم B على السطح الخشن

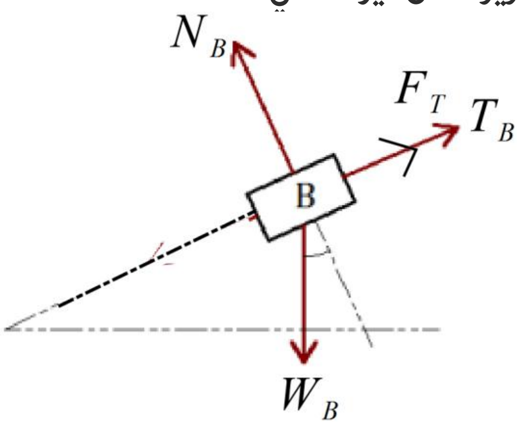
المطلوب إيجاد التسارع الخطي لكلا الجسمين C, B

و قوة شد الحبل و شرط الحركة المفروضة.



الحل:

إيجاد تسارع الكتلة نطبق العلاقة الأساسية في التحريك على الكتلة B بعد تحريرها من قيودها في لحظة ما أثناء انزلاقها على السطح الخشن:



$$\sum \vec{F} = m_B \overrightarrow{A_B}$$

$$\overrightarrow{W_B} + \overrightarrow{N_B} + \overrightarrow{T_B} + \overrightarrow{F^t} = m.\overrightarrow{A_B}$$

باسقاط العلاقة على منحنى الحركة و بجهتها:

$$-F^t - T_B + W_B.\sin\alpha = m.A_B$$

لدينا: $F^t = N_B.f$

$$\Rightarrow N_B . f + T_B - W_B \sin\alpha = m . A_B \qquad \dots 1$$

و باسقاط العلاقة على منحنى N_B و جهتها:

$$N_B - W_B . COS\ \alpha = 0 \Rightarrow N_B = W_B \cos\alpha \qquad \dots .2$$

بتعويض 2 في 1:

$$W_B . f . \cos\alpha + T_B - W_B \sin\alpha = m_B . A_B \qquad \dots . .3$$

و بتطبيق العلاقة الأساسية في التحريك على الجسيم C في نفس اللحظة المدروسة:

$$\sum \vec{F} = m_C \overrightarrow{A_C}$$

$$\overrightarrow{W_C} + \overrightarrow{T_C} = m . \overrightarrow{A_C}$$

بالإسقاط على منحني الحركة و جهتها:

$$-W_C + T_C = m_C . A_C$$

بما أن الحبل وحيد لا يمتط(ايضا من معادلات الحركة الغير مستقلة نجد أن):

$$T = T_C = T_B \qquad , \qquad A = A_B = A_C$$

$$-W_C + T = m_C . A \quad \dots . .4$$

لدينا في 3:

$$A_B = A = \frac{-W_B . \cos\alpha . f - T + W_B . \sin\alpha}{m_B}$$

و في 4:

$$A_C = A = \frac{-W_C + T}{m_c}$$

بالحل المشترك:

$$\frac{-W_B . cos\, \alpha . f - T + W_B . sin\, \alpha}{m_B} = \frac{-W_C + T}{m_c}$$

و بما أن $m = \frac{w}{g}$

$$\frac{-W_B.cos\,\alpha.f - T + W_B.sin\,\alpha}{W_B} = \frac{-W_C + T}{W_c} \quad ..5$$

و منه:

$$-f.\cos\alpha + \sin\alpha - \frac{T}{W_B} = -1 + \frac{T}{W_C}$$

$$T\left(\frac{1}{W_B} + \frac{1}{W_C}\right) = 1 - f.\cos\alpha + \sin\alpha$$

$$T\left(\frac{W_C + W_B}{W_B.W_C}\right) = 1 - f.\cos\alpha + \sin\alpha$$

$$T = \frac{[1 - f.cos\,\alpha + sin\,\alpha]\,(W_B.W_C)}{W_C + W_B}$$

ولحساب التسارع نعوض في 5:

$$\frac{g[-W_C + T]}{W_C} = A \Rightarrow g[-1 + \frac{T}{W_C}] = A$$

$$\Rightarrow A = g[-1 + \frac{[1 - f.cos\,\alpha + sin\,\alpha](W_B.W_C)}{(W_C + W_B)W_C}]$$

$$A = g[-\frac{W_C + W_B}{W_C + W_B} + \frac{W_B - f.W_B.\cos\alpha + W_B\sin\alpha}{W_B + W_C}]$$

$$A = g[\frac{-W_C - f.W_B.\cos\alpha + W_B.\sin\alpha}{W_B + W_C}]$$

شرط الحركة:

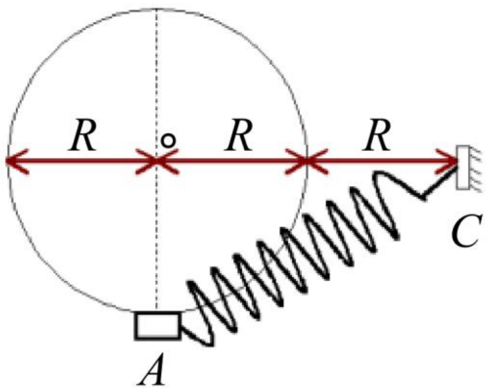
$$A_B = A > 0$$

$$\Rightarrow \frac{-W_C - f.W_B.cos\,\alpha + W_B.sin\,\alpha}{W_B + W_C} > 0$$

$$\Rightarrow -W_C + W_B(-f.\cos\alpha + \sin\alpha) > 0$$

$$\Rightarrow \frac{W_C}{W_B} > -\sin\alpha - f.\cos\alpha$$

المسألة الثانية:



يستند جسيم وزنه $W = 6N$ على المحيط الخارجي لحلقة معدنية

مستديرة ملساء نصف قطرها $R = 20cm$ ثابتة تقع في مستو رأسي

يربط الجسيم في الموقع A بنابض ثابت مرونته K

وطوله الحر $l_0 = 2R$ طرفه الآخر مثبت بمسند C يبعد عن مركز الحلقة

O بمقدار $2R$

يبدأ الجسيم حركته بالانزلاق من السكون وبدون احتكاك مع تماس

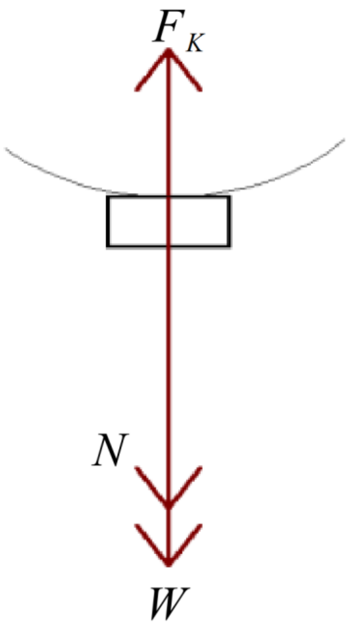
محيط الحلقة الخارجي من الوضع الابتدائي A

المطلوب:

1. إيجاد السرعة عند النقطة B .
2. ايجاد قوة الضغط عند النقطة B .

الحل:

لإيجاد السرعة عند B نطبق علاقة مبدأ العمل و الطاقة بين الوضعين $\left(v_A = 0 \text{ حيث } A\right)$ و $\left(v_B = ? \text{ حيث } B\right)$



$$\frac{1}{2}m.v_B^2 - \frac{1}{2}m.v_A^2 = \sum W$$

$$\frac{1}{2}m.v_B^2 = W_w + W_N + W_{F_k}$$

$$W_w = \pm m.g.h \quad , \quad h = R$$

$$W_w = +m.g.R$$

$W_N = 0$ عمودي على الانتقال

$$W_{F_k} = \frac{k}{2}\left(\Delta l_{in}^2 - \Delta l_{fin}^2\right)$$

$$\Delta l_{in} = l_A - l_0 = \sqrt{4R^2 + R^2} - 2R$$

$$\Delta l_{in} = R\left(\sqrt{5} - 2\right)$$

$$\Delta l_{fin} = l_B - l_0 = 3R - 2R = R$$

$$\Rightarrow W_{F_k} = \frac{k}{2}\left(R^2\left(\sqrt{5}-2\right)^2 - R^2\right) = \frac{K}{2}\left(R^2\left(8-4\sqrt{5}\right)\right)$$

$$W_{F_k} = 2\,k\,R^2\left(2-\sqrt{5}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}m.v_B^2 = m.g.R + 2k.R^2\left(2-\sqrt{5}\right)$$

$$\Rightarrow v_B^2 = 2g\,R + 4\frac{k}{m}R^2\left(20-\sqrt{5}\right)$$

لإيجاد الضغط على الحلقة نطبق العلاقة الأساسية في التحريك في الموقع B في اللحظة المدروسة بعد تحرير الجسيم من قيوده:

$$\sum \vec{F} = m.\vec{A}$$

نسقط على $\vec{n}$ و بجهته:

$$F_k - W - N_B = m.A^n$$

$$\Rightarrow N_B = F_k - W - m.A^n$$

$$F_k = k.\Delta l_B \quad , \quad \Delta l_B = 3R - 2R = R$$

$$A^n = \frac{v_B^2}{R}$$

$$\Rightarrow N_B = R.k - W - \frac{m}{R}\,v_B^2$$

$$N_B = R.k - W - \frac{m}{R}\left(2gR + \frac{4k}{m}R\left(2-\sqrt{5}\right)\right)$$

$$N_B = +0.944K + 0.2\,K - 17.96$$

$$N_B = 0, k = ?$$

$$\Rightarrow 0.944k + 0.2K - 17.96 = 0$$

$$\Rightarrow k = 15.6\frac{N}{m}$$